

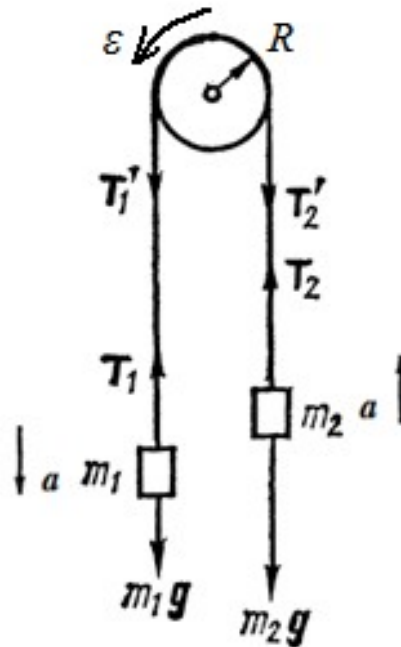
ЗАДАЧА № 107

Два груза $m_1=1\text{ кг}$ и $m_2=0,5\text{ кг}$ связаны легким шнуром, перекинутым через блок (рис.). Блок радиусом $R=10\text{ см}$ вращается с угловым ускорением $\varepsilon=20\text{ рад/с}^2$. Найти массу блока, если она равномерно распределена по его ободу.

Дано:

- $R = 0,1\text{ м}$,
- $m_1 = 1\text{ кг}$,
- $m_2 = 0,5\text{ кг}$,
- $\varepsilon = 20\text{ рад/с}^2$

Найти: $m = ?$



Решение:

При решении задачи применим основные законы поступательного движения.

На каждый из движущихся грузов действуют две силы: сила тяжести $m\mathbf{g}$, направленная вниз, и сила T натяжения нити, направленная вверх.

Груз m_2 по условию задачи в 2 раза меньше по массе чем груз m_1 . Следовательно груз m_2 будет двигаться вверх с ускорением a . А груз m_1 будет двигаться вниз с ускорением a .

Так как вектор ускорения a груза m_2 направлен вверх, то:

$$T_2 > m_2 g \quad - \text{ пусть будет формула А}$$

Равнодействующая этих сил вызывает равноускоренное движение и, по второму закону Ньютона, равна:

$$T_2 - m_2 g = m_2 a \quad - \text{ пусть будет формула В}$$

Из формулы В получаем:

$$T_2 = m_2 g + m_2 a \quad - \text{ пусть будет формула С}$$

Вектор ускорения a груза m_1 направлен вниз, следовательно:

$$T_1 < m_1 g \quad - \text{ пусть будет формула D}$$

Равнодействующая этих сил вызывает равноускоренное движение и, по второму закону Ньютона, равна:

$$m_1 g - T_1 = m_1 a \quad - \text{ пусть будет формула Q}$$

Из формулы Q получаем:

$$T_1 = m_1 g - m_1 a \quad - \text{ пусть будет формула Z}$$

Согласно основному закону динамики вращательного движения, вращающий момент M , приложенный к блоку, равен произведению момента инерции J блока на его угловое ускорение ε :

$$M = J\varepsilon \quad - \text{ пусть будет формула U}$$

Определим вращающий момент. Силы натяжения нитей действуют не только на грузы, но и на блок. По третьему закону Ньютона, силы T_1' и T_2' , приложенные к ободу блока, равны соответственно силам T_1 и T_2 , но по направлению им противоположны. При движении грузов блок ускоренно вращается против часовой стрелки. Следовательно, $T_1' > T_2'$.

Вращающий момент, приложенный к блоку, равен произведению разности этих сил на плечо, равное радиусу блока R , т.е.:

$$M = (T_1' - T_2')R \quad - \text{ пусть будет формула O}$$

Момент инерции блока в виде колеса, масса которого равномерно распределена по ободу:

$$J = mR^2 \quad - \text{ пусть будет формула } \mathbf{F}$$

Угловое ускорение блока связано с линейным ускорением грузов соотношением:

$$\varepsilon = \frac{a}{R} \quad - \text{ пусть будет формула } \mathbf{K}$$

Подставим в формулу **U** формулы **O**, **F** и **K**:

$$(T_1' - T_2')R = mR^2\varepsilon \quad - \text{ пусть будет формула } \mathbf{W}$$

Из формулы **W** получаем:

$$(T_1' - T_2') = mR\varepsilon \quad - \text{ пусть будет формула } \mathbf{L}$$

Так как $T_1' = T_1$ и $T_2' = T_2$, то подставим формулы **C** и **Z** в формулу **L**:

$$m_1g - m_1a - m_2g - m_2a = mR\varepsilon \quad - \text{ пусть будет формула } \mathbf{N}$$

Преобразуем формулу **N** к виду:

$$(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a + mR\varepsilon$$

или с учетом формулы **K**:

$$(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)\varepsilon R + mR\varepsilon = (m_1 + m_2 + m)\varepsilon R$$

- пусть будет формула **I**

Из формулы **I** выразим массу блока и найдем её:

$$m = \frac{(m_1 - m_2)g}{\varepsilon R} - m_1 - m_2 = \frac{(1\text{кг} - 0,5\text{кг}) \cdot 9,8\text{м/с}^2}{20\text{рад/с}^2 \cdot 0,1\text{м}} - 1\text{кг} - 0,5\text{кг} = 0,95\text{кг}$$

Ответ: Масса блока (m) = 0,95 кг